Научно-исследовательская работа

Предмет: математика

ЧЕМ ГЕОМЕТРИЯ ЛОБОЧЕВСКОГО ОТЛИЧАЕТСЯ ОТ ГЕОМЕТРИИ ЕВКЛИДА

Работу выполнил:
Макаров Кирилл Алексеевич
учащийся9 класс
МБОУ ШИ для слепых и слабовидящих детей, Российская, Королёв.
Руководитель:
Ляпина Светлана Валерьевна.
Учитель математики,
МБОУ ШИ для слепых и слабовидящих детей.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Геометрия возникла очень давно, это одна из самых древних наук. Более двух тысяч лет назад в Древней Греции впервые стали складываться и получили первоначальное развитие основные представления и обоснования науки геометрии. Этому периоду развития геометрии предшествовала многовековая деятельность сотен поколений наших предков. Первоначальные геометрические представления появились в результате практической деятельности человека и развивались чрезвычайно медленно.

С развитием человеческого общества, когда люди научились делать примитивные орудия: каменный нож, молоток, лук, стрелы- постепенно появилось необходимость измерять длину с большей точностью. Человек стал сравнивать длину рукоятки или длину отверстия молотка со своей рукой или толщиной пальца. Остатки этого способа измерения дошли и до наших дней: примерно сто-двести лет назад холсты (грубую ткань изо льна) измеряли локтем- длиной руки от локтя до среднего пальца. А фут, что в переводе на русский язык означает нога, употребляется как мера длины в некоторых странах и в настоящее время, например, в Англии. Развитие земледелия, ремесел и торговли вызвали практическую необходимость измерять расстояния и находить площади и объемы различных фигур.

Из истории известно, что примерно 4000 лет назад в долине реки Нил образовалось государство Египет. Правители этого государства – фараоны - установили налоги за земельные участки на тех, кто ими пользовался. В связи с этим требовалось определять размеры площадей участков четырехугольной и треугольной формы.

Река Нил после дождей разливалась и часто меняла свое русло, смывая границы участков. Приходилось исчезнувшие после наводнения границы участков восстанавливать, а для этого их вновь измерять. Выполняли такую работу лица, которые должны были уметь измерять площади фигур. Появилась необходимость изучить приемы измерения площадей. К этому времени и относят зарождение геометрии. Слово «геометрия» состоит из двух слов: «гео», что в переводе на русский язык означает земля, и «метрио» - мерю. Значит, в переводе «геометрия» означает землемерие. В своем дальнейшем развитии наука геометрии шагнула далеко за пределы землемерия и стала важным и большим разделом математики. В геометрии рассматривают формы тел, изучают свойства фигур, их отношения и преобразования.

В развитии геометрии можно указать четыре основных периода, переходы между которыми обозначали качественное изменение геометрии.

Первый - период зарождения геометрия как математической науки - протекал в Древнем Египте, Вавилоне и Греции примерно до V в. до н. э. Первичные геометрические сведения появляются на самых ранних ступенях развития общества.

Зачатками науки следует считать установление первых общих закономерностей, в данном случае - зависимостей между геометрическими величинами. Этот момент не может быть датирован. Самое раннее сочинение, содержащее зачатки геометрии, дошло до нас из Древнего Египта и относится примерно к XVII в. до н. э., но и оно, несомненно, не первое.

Как наука, геометрия оформилась к III веку до нашей эры благодаря трудам ряда греческих математиков и философов.

Наиболее удачно была изложена геометрия, как наука о свойствах геометрических фигур, греческим ученым Евклидом (III в. до н. э.) в своих книгах «Начала». Произведение состояло из 13 томов, описанная в этих книгах геометрия получила название «Евклидова». Конечно, геометрия не может быть создана одним ученым. В работе Евклид опирался на труды десятков предшественников и дополнил работу своими открытиями и изысканиями. Сотни раз книги были переписаны от руки, а когда изобрели книгопечатание, то она много раз переиздавалась на языках всех народов и стала одной из самых распространенных книг в мире.

Для всестороннего развития математического кругозора необходимо знание тем, не входящих в школьную программу. Неевклидовы геометрии – одна из таких тем.

Нас заинтересовала проблема: почему геометрию Лобачевского не преподают в школах? В чём различия евклидовой геометрии от неевклидовой?

В одной легенде говорится, что однажды египетский царь Птолемей I спросил древнегреческого математика, нет ли более короткого пути для понимания геометрии, чем тот, который описан в его знаменитом труде, содержащемся в 13 книгах. Ученый гордо ответил: " В геометрии нет царской дороги".

Целью проекта: определить, различия в геометрии Евклида и Лобачевского, проанализировать так ли они противоречат друг другу.

Для достижения цели были поставлены следующие задачи:

- Рассказать об истории возникновения евклидовой и неевклидовой геометрии
- Ознакомится с пятым постулатом в евклидовой и неевклидовой геометрии
- Ознакомиться с практическим применением неевклидовых геометрий

Объект исследования: работы Евклида и Лобачевского.

Евклидова геометрия не только возможна, но она открывает перед человечеством новые области знаний, которые являются практическим применением математики.

Никогда еще отрицание какой-либо теории не оказывалось для человечества настолько полезным, как это произошло при отказе от пятого постулата Евклида.

Предмет исследования: пятый постулат.

Исследовательский проект состоит из введения, трёх глав и заключения.

Во введении обосновывается актуальность выбранной темы, формулируются цель и задачи исследования, указывается объект и предмет исследования.

Первая глава посвящена исследованию теоретических вопросов, в ней раскрываются понятие геометрии, биография Евклида и истории возникновения пятого постулата.

Вторая глава посвящена исследованию теоретических вопросов, в ней раскрываются труды и биография Лобачевского.

Третья глава посвящена различиям геометрии Евклида и Лобачевского, основанного на исследование пятого постулата.

Заключение содержит основные выводы по теме проекта.

ГЛАВА 1. ЕВКЛИД

1.1 Биография Евклида

Евклид - древнегреческий математик, живший в 3 веке до нашей эры и проживший 60 лет. К наиболее правдивым сведениям о жизни Евклида приводилось в комментариях Прокла к первой книге *Начал* Евклида (хотя следует принять во внимание, что Прокл жил спустя почти 800 лет после Евклида). Отметив, что «писавшие по истории математики» не довели изложение развития этой науки до времени Евклида, Прокл указывает, что Евклид был моложе Платоновского кружка, но старше Архимеда и Эратосфена, «жил во времена Птолемея I Сотера», «потому что и Архимед, живший при Птолемее Первом, упоминал об Евклиде и, в частности, рассказывает, что Птолемей спросил его, есть ли более короткий путь изучения геометрии, нежели *Начала*; а тот ответил, что нет царского пути к геометрии».

Дополнительные штрихи к образу Евклида можно почерпнуть у Паппа и Стобея. Папп сообщает, что Евклид был мягок и любезен со всеми, кто мог хотя бы в малейшей степени способствовать развитию математических наук, а Стобей передаёт ещё один анекдот о Евклиде. Приступив к изучению геометрии и разобрав первую теорему, один юноша спросил у Евклида: «А какая мне будет выгода от этой науки?» Евклид подозвал раба и сказал: «Дай ему три обола, раз он хочет извлекать прибыль из учёбы». Историчность рассказа сомнительна, поскольку аналогичный, рассказывают о Платоне.

Некоторые современные авторы трактуют утверждение Прокла — Евклид жил во времена Птолемея I Сотера — в том смысле, что Евклид жил при дворе Птолемея и был основателем Александрийского Мусейона. Следует, однако, отметить, что это представление утвердилось в Европе в XVII веке, средневековые же авторы отождествляли Евклида с учеником Сократа философом Евклидом из Мегар.

Арабские авторы считали, что Евклид жил в Дамаске и издал там «*Начала*» Аполлония. Анонимная арабская рукопись XII века сообщает: С именем Евклида также связывают становление александрийской математики (геометрической алгебры), как науки. В целом количество данных о Евклиде настолько мало, что существует версия (правда, малораспространенная) что речь идёт о коллективном псевдониме группы александрийских учёных.

Большую часть свободного времени Евклид проводил в Александрийской библиотеке – храме знаний, основанном Птолемеем. В учреждении древнегреческий учёный занялся объединением арифметических законов, геометрических принципов и теории иррациональных чисел в геометрию. Результаты своих трудов Евклид описал в книге «Начала» - сочинении, принёсшем большой вклад в развитие математики.

Евклид, сын Наукрата, известный под именем «Геометра», учёный старого времени, по своему происхождению грек, по местожительству сириец, родом из Тира…

1.2 Труды Евклида

Евклид за свою жизнь написал более 17 книг, 13 из которых входит в “начал”. Кроме «Начал» сохранилось всего 4 произведения Евклида: «Явления» (о применении сферической геометрии в астрономии), «Данные» (о построении фигур), «О делении» (применительно к геометрическим фигурам) и «Оптика» (о распространении света). Сохранились косвенные данные о других сочинениях учёного. К тому же традиционно Евклиду приписывают авторство ещё двух произведений – теория зеркал «Катоптрика» и трактат по теории музыки «Деление канона», но установить их авторство не представляется возможным.

Номер	Зависимость от других книг
1	Самостоятельна
2	Опирается на книгу 1
3	Опирается на книгу 1 и предложения 5, 6 книги 2
4	Опирается на книги 1, 3 и на предложение 11 книги 2
5	Самостоятельна
6	Опирается на книги 1, 5 и на предложения 27 и 31 книги 3
7	Самостоятельна
8	Опирается на определения из книг 5, 7
9	Опирается на книги 7, 8 и на предложения 3, 4 книги 2
10	Опирается на книги 5, 6; предложения 44, 47 из книги 1 предложение 31 из книги 3 предложения 4, 11, 26 из книги 7 предложения 1, 24, 26 из книги 9
11	Опирается на книги 1, 5, 6, предложение 31 из книги 3 и предложение 1 из книги 4
12	Опирается на книги 1, 3, 5, 6, 11, предложения 6, 7 из книги 4 и предложение 1 из книги 10

13	Опирается на книги 1, 3, 4, 5, 6, 10, 11 и на предложение 4 из книги 2

В первой книге предпослан также список постулатов и аксиом. Как правило, постулаты задают базовые построения (напр., «требуется, чтобы через любые две точки можно было провести прямую»), а аксиомы — общие правила вывода при оперировании с величинами (напр., «если две величины равны третьей, они равны между собой»).

1.3 V постулат

Аксио́ма паралле́льности Евкли́да, или пя́тый постула́т, — одна из аксиом, лежащих в основании классической планиметрии.

Основная идея доказательства заключается в том, что угол между любыми

окружности плоскости через точку, не принадлежащей данной прямой, возможно провести одну и только одну прямую, параллельную данной.

отрезками, взятыми на прямой, всегда равен нулю или 180^0.

Если данное утверждение справедливо, то верен и 5-й постулат Евклида.

Это доказывается с помощью окружности и прямой проведённой через центр данной окружности. Т.е. доказательство ведётся через рассмотрение свойств «прямой линии».

Если провести прямую линию через центр окружности, то эта прямая разделит окружность на две равные части.

Такое утверждение представляется вполне очевидным. Действительно, если бы какая-нибудь из разделённых частей окружности была больше по площади или по длине дуги, то мы были бы вынуждены предоставить аргументацию того, чем вызвано наше предпочтение той или иной из частей.

Будь то искривление пространства или ещё какая-нибудь другая идея – все они выходят за рамки логической геометрии. Так и в «Началах» Евклида есть определение под номером 17.

В переводе Д. Д. Мордухай-Болтовского оно звучит так: «Диаметр же круга есть какая угодно прямая, проведённая через центр и ограничиваемая с обеих сторон окружностью круга, она же рассекает круг **пополам**»

Ни у одного из критиков Евклида данное определение не вызвало сомнений, т.к. оно представляется довольно очевидным. Иначе, мы должны были бы определить предпочитаемую сторону, лежащую по ту ли иную сторону от этой прямой.

Возьмём окружность с центром в точке **O** и с произвольным радиусом **R1** (Рис.1) Проведём через центр окружности прямую **ab**. По определению прямая **ab** разделит окружность на две равные части. Точки пересечения окружности и прямой будут точки **A** и **B**. Длина дуг окружности по одну и другую сторону от секущей прямой будет равна друг другу.

Построим еще одну окружность, но с радиусом **R2** больше чем у первой окружности **R1**.

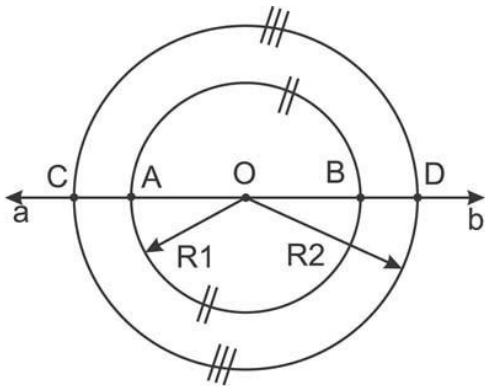


Рис 1

Точки пересечения прямой **ab** со второй окружностью **C** и **D**, также разделят эту окружность на две равные части, и длина двух дуг будет равна друг другу.

Теперь, можно заметить, что угол между лучом **AC** (проходящим через точки **A** и **C**) и лучом **BD** (проходящим через точки **B** и **D**) равен $\mathbf{180^0}$ или половина полного угла окружности.

Так как можно построить окружность любого радиуса, из любой точки, лежащей на произвольной прямой, то отсюда следует вывод: «Что в любых точках прямой, угол между любыми отрезками, лежащими на этой прямой, будет равен 180^0 или 0, что в данном случае равнозначно.»

Следовательно, строя прямоугольник, мы всегда придем к выводу, что сумма углов в прямоугольнике равна 360 градусов. И соответственно, на основании второй теоремы Лежандра, сумма углов в любом треугольнике будет равна 180 градусов.

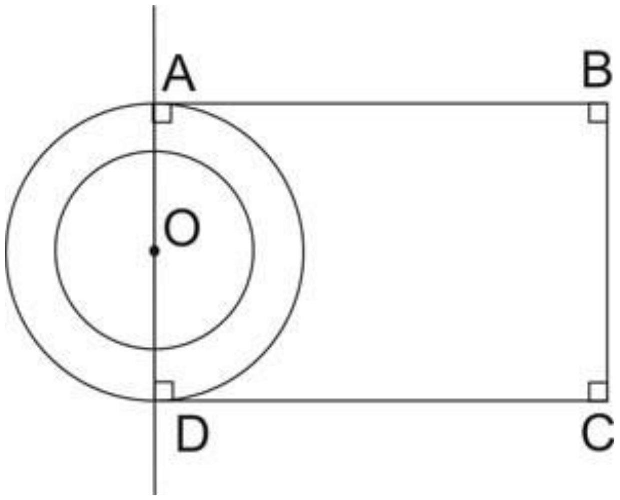


Рис.2

Действительно, на любой стороне прямоугольника (Рис.2) мы можем взять точку и построить окружность с центром в данной точке. Далее, мы можем построить еще одну окружность с центром в этом же точке. Таким образом, мы можем видеть, что угол между отрезками, отсеченными этими окружностями, будет равен нулю градусов. Такие же построения мы можем сделать и на других сторонах. Из этого следует, что угол между любыми отрезками, взятыми на одной стороне прямоугольника, будет равен нулю градусов. Суммируя прямые углы при вершинах прямоугольника, мы, естественно придём к результату в 360^0. Разделив прямоугольник любой из диагоналей на два треугольника, мы получим треугольник с суммой углов в 180^0.

По второй теореме Лежандра, если существует хотя бы один треугольник, в котором сумма внутренних углов равна двум прямым, то из этого надлежит заключить, что во всяком треугольнике сумма внутренних углов также равна двум прямым.

ГЛАВА 2 ЛОБАЧЕВСКИЙ

2.1 Биография Лобачевского

Лобачевский Николай Иванович жил в XIX веке. Родился в Нижнем Новгороде и учился в казанском университете, а затем там же преподавал более 40 лет из которых 19 лет был ректором. По выражению Н. П. Загоскина, Лобачевский был «великим строителем» Казанского университета Лобачевский был одним из создателей неевклидовой геометрии.

В характере Лобачевского отмечают: упрямство, «мечтательное о себе самомнение, упорство, неповиновение», а также «возмутительные поступки» и даже «признаки безбожия».

В 1811 году, окончив университет, Лобачевский получил степень магистра по физике и математике с отличием и был оставлен при университете; перед этим его заставили покаяться за «дурное поведение» и дать обещание впредь вести себя примерно. Лобачевский написал труд «О началах геометрии», представленный в 1832 году советом университета в Академию наук, получил у М. В. Остроградского отрицательную оценку.

В иронически-язвительном отзыве на книгу, Остроградский откровенно признался, что он ничего в ней не понял, кроме двух интегралов, один из которых, по его мнению, был вычислен неверно (на самом деле ошибся сам Остроградский).

Среди других коллег также почти никто Лобачевского не поддержал, росли непонимание и невежественные насмешки. Венцом травли стал издевательский анонимный пасквиль (подписанный псевдонимом *С.С.*), появившийся в журнале Ф. Булгарина «Сын отечества» в 1834 году:

> Для чего же писать, да ещё и печатать, такие нелепые фантазии? <…> Как можно подумать, чтобы г. Лобачевский, ординарный профессор математики, написал с какой-нибудь серьёзной целью книгу, которая немного бы принесла чести и последнему приходскому учителю? Если не учёность, то по крайней мере здравый смысл должен иметь каждый учитель, а в новой геометрии нередко недостает и сего последнего. <…> Новая Геометрия <…> написана так, что никто из читавших её почти ничего не понял.

Судя по содержанию этой заметки, её писал человек с математическим образованием, вероятнее всего, кто-то из окружения Остроградского (в статье содержатся те же необоснованные критические замечания, что и в отзыве Остроградского). Степень участия в затее самого Остроградского историкам выяснить не удалось. Попытка Лобачевского напечатать в том же журнале ответ на пасквиль была проигнорирована редакцией. Несмотря на осложнения, Лобачевский, уверенный в своей правоте, продолжал работу. В 1835—1838 годах он опубликовал в «Учёных записках» статьи о «воображаемой геометрии», а затем вышла наиболее полная из его работ «*Новые начала геометрии с полной теорией параллельных*». Не найдя понимания на Родине, Лобачевский попытался найти единомышленников за рубежом.

В 1837 году статья Лобачевского «*Воображаемая геометрия*» на французском языке (*Géométrie imaginaire*) появилась в авторитетном берлинском журнале Крелле, а в 1840 году Лобачевский опубликовал на немецком языке небольшую книгу «*Геометрические исследования по теории параллельных*», где содержится чёткое и систематическое изложение его основных идей. Два экземпляра получил Карл Фридрих Гаусс, «король математиков» той поры. Как много позже выяснилось, Гаусс и сам тайком развивал неевклидову геометрию, однако так и не решился опубликовать что-либо на эту тему, полагая, что научная общественность ещё не готова воспринять столь радикальные идеи. Ознакомившись с результатами Лобачевского, он восторженно отозвался о них, но лишь в своих дневниках и в письмах близким друзьям. Например, в письме астроному Г. Х. Шумахеру (1846) Гаусс так оценил труд Лобачевского:

> Вы знаете, что уже 54 года (с 1792 г.) я разделяю те же взгляды (с некоторым развитием их, о котором не хочу здесь упоминать); таким образом, я не нашёл для себя в сочинении Лобачевского ничего фактически нового. Но в развитии предмета автор следовал не по тому пути, по которому шёл я сам; оно выполнено Лобаческим мастерски, в истинно геометрическом духе. Я считаю себя обязанным обратить Ваше внимание на это сочинение, которое, наверное, доставит Вам совершенно исключительное наслаждение.

2.2 Труды Н.И. Лобачевского

Лобачевский за всю жизнь написал 6 книг. Полное собрание сочинений в пяти томах: первый том назывался «Геометрические исследования по теории параллельных линий. О началах геометрии», второй «Геометрия. Новые начала геометрии с полной теорией параллельных», третий «Воображаемая геометрия. Применение воображаемой геометрии к некоторым интегралам. «планиметрия», четвёртый и пятый «Работы в других областях, письма».

Полное собрание сочинений по геометрии в двух томах: первый том «Сочинения на русском языке», второй «Сочинения на французском и немецком языках».

Геометрические исследования по теории параллельных линий, Перевод, комментарии, вступительные статьи и примечания профессора В. Ф. Кагана.

Избранные труды по геометрии. Серия: Классики науки. Об основаниях геометрии. Сборник классических работ по геометрии Лобачевского и развитию её идей.

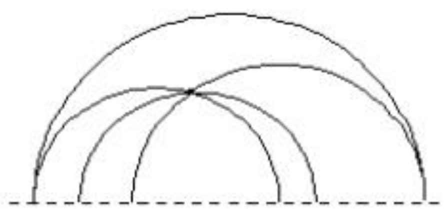
О началах геометрии. (1 часть). Воображаемая геометрия. (1 часть). Новые начала геометрии с полной теорией параллельных (Вступление).

2.3 V постулат

Пятый постулат геометрии Лобачевского утверждает, что если на плоскости лежат прямая и точка, то через эту точку можно провести хотя бы две прямые, не пересекающиеся с первой прямой

Для того чтобы его доказать потребуется: начертить на листке бумаги прямую. Взять циркуль и, ставя его иглу на эту прямую, нарисовать полуокружности, находящиеся с одной стороны от прямой. Затем стереть прямую (и с ней — концевые точки полуокружностей). Эти полуокружности «без концов» и будут вести себя, как прямые в геометрии Лобачевского. Выделим одну полуокружность и точку вне нее. (Есть достаточно много полуокружностей, которые не пересекаются с исходной и все проходят через данную точку). Среди них выделяются две: они касаются нашей исходной «прямой» в концевых точках (которые мы, как Вы помните, стерли), т. е. реального пересечения не происходит. Эти две окружности задают «границы», между которыми находятся все прямые, не пересекающие данную. Их — бесконечное множество.

За плоскость Лобачевского принимается внутренность круга, прямыми считаются дуги окружностей, перпендикулярных окружности данного круга, и его диаметры, движениями — преобразования, получаемые комбинациями инверсий (Инверсия представляет собой более сложное преобразование геометрических фигур, при котором прямые уже могут переходить в окружности) относительно окружностей, дуги которых служат прямыми. В геометрии Лобачевского прямые на плоскости либо пересекаются, либо параллельны, либо являются расходящимися.



ГЛАВА 3. РАЗЛИЧИЯ МЕЖДУ ГЕОМЕТРИЕЙ ЕВКЛИДА И ГЕОМЕТРИЕЙ ЛОБАЧЕВСКОГО

Обычная геометрия, которую преподают в школах, как известно, называется евклидовой по имени древнегреческого математика Евклида, составившего стройное, логически связное изложение основных математических знаний своего времени. Более двух тысяч лет "Начала" Евклида служили образцом дедуктивного изложения. Дав определение основных понятий и сформулировав аксиомы и постулаты (в них выражены основные свойства геометрических элементов и величин), он выводит путем логических рассуждений (доказательств) разнообразные соотношения и теоремы, характеризующие свойства геометрических фигур. Геометры с давних времен высоко ценили труд Евклида и старались внести в него лишь некоторые улучшения. Но одна из аксиом – аксиома (или постулат) параллельности привлекала особое внимание. Легко показать, что на плоскости существуют непересекающиеся прямые. Например, два перпендикуляра к одной прямой. Такие прямые Евклид назвал параллельными. На плоскости через точку, лежащую вне данной прямой, можно провести прямую, параллельную данной (например, опустить из этой точки перпендикуляр на данную прямую, а затем в этой точке восстановить перпендикуляр к опущенному перпендикуляру). Однако предположение, что параллель к данной прямой через данную точку проходит только одна, принято у Евклида за аксиому. Это так называемый пятый постулат, который формулирует требование, чтобы на плоскости две прямые, пересеченные третьей, пересекались друг с другом, если сумма внутренних односторонних углов меньше двух прямых углов, т. е. меньше 180°. Многие ученые предполагали, что это можно доказать, исходя из остальных аксиом, а Евклид только не сумел это сделать. Так возникла проблема параллельных. Попытки найти такое доказательство делались начиная с древности сотни раз, но впоследствии всегда обнаруживались ошибки: явно или скрытно использовалась какая-нибудь дополнительная аксиома, равносильная аксиоме параллельности, либо не все возможные случаи подвергались изучению, либо автор совершал грубую логическую ошибку. Лобачевский получил гениальное решение проблемы, создав новую геометрию, в которой нет этой аксиомы. Он доказал, что в основу теории параллелей можно положить более общую аксиому, согласно которой на плоскости имеется бесконечное множество прямых, проходящих через данную точку и не пересекающих данную прямую.

Эти прямые заполняют часть пучка прямых с общим центром (которая может быть очень мала по угловым размерам). Крайние из этих прямых и называются параллелями в точке прямой соответственно в двух ее направлениях. Угол (наклон параллели к перпендикуляру) называется углом параллельности; он одинаков для обеих параллелей. Если параллели и сливаются (предельный случай – прямой угол), получаем геометрию Евклида. Если же параллели различны, то получаем геометрию Лобачевского, в которой непересекающихся прямых бесконечное множество (остальные непересекающиеся называются расходящимися). Эта геометрия богаче по содержанию и сложнее евклидовой.

Лобачевский детально разработал свою геометрию, нашел тригонометрические соотношения между сторонами и углами треугольника, изучил простейшие кривые – аналоги окружностей – предельную линию (окружность бесконечно большого радиуса) и эквидистанту (образована точками, удаленными от прямой на постоянное расстояние), ввел различные системы координат, нашел формулы для вычисления площадей и объемов.

В соответствии со своим материалистическим подходом к изучению природы он сделал вывод, что только научный опыт может выявить, какая из логически возможных геометрий действует в физическом пространстве. Появление новой геометрии опровергло идеалистическую философскую трактовку Кантом пространства как формы нашего восприятия. Согласно Канту человек постигает свойства пространства единственно по законам евклидовой геометрии. Подтвердилось положение материалистической философии – пространство является объективной формой существования материи и требуется изучать, какая геометрия эти свойства правильно описывает.

Лобачевский использовал новейшие данные астрономических наблюдений годичных параллаксов звезд (впервые измеренных в эти годы), позволяющие определять расстояния от Земли до звезд. Но даже в треугольниках космических размеров отклонения от геометрии Евклида не проявились, или точнее, если они и существуют, то лежат в пределах ошибок измерений. Поэтому для практических целей вполне пригодна более простая геометрия Евклида.

Но вместе с тем Лобачевский показал, как его геометрия может применяться в математическом анализе при вычислении определенных интегралов, которые нужны и в механике, и в физике, и в технике, обеспечив этим ее право на существование, поскольку она приносит уже пользу в математике.

Новая геометрия была создана на основе глубокого анализа самых начальных положений науки, на основе разработки общей теории параллельных прямых, когда ограничение Евклида – пятый постулат – отброшено.

Лобачевский не только в геометрии, но и в других областях математики получил важные новые результаты: он четко разграничил непрерывность и дифференцируемость функции, рассмотрел понятие функции во всей его общности, провел тонкие исследования по сходимости рядов и по тригонометрическим рядам; им получены также ценные результаты в области алгебры (в частности, новый способ вычисления корней уравнений) и теории вероятностей.

Остановимся в заключение на некоторых применениях, которые находит геометрия Лобачевского. Ранее уже было упомянуто, что Лобачевский использовал свою геометрию в математическом анализе. Переходя от одной системы координат к другой в своем пространстве, он вычислил таким образом значения более 200 различных интегралов, важных для физики, механики, техники. Другое важное приложение в анализе эта геометрия находит в теории автоморфных функций, которая развивается и в настоящее время

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В исследовательской работе цель была достигнута, так как были решены все поставленные задачи. В описании данной работы мы выяснили различия геометрии двух величайших математиков. Содержащиеся в работе сведения, дают нам возможность для рассмотрения её в дальне шей её практического применения. Исследование расширило наши знания о нескольких математиках, а также в корне изменило наше мнение относительно геометрии, изучаемой в школе.

В процессе работы над проектом были выполнены все поставленные задачи, изучены основные постулаты евклидовой и неевклидовой геометрии.

Список литературы

1. https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%95%D0%B2%D0%BA%D0%BB%D0%B8%D0%B4
2. https://habr.com/ru/post/588556/
3. https://elementy.ru/problems/1333/Modeli_geometrii_Lobachevskogo
4. Энциклопедический математический словарь